VORBEMERKUNGEN

Im traditionellen Mathematikunterricht besitzen die Vermittlung und die Anwendung von Kalkülen ein wesentlich größeres Gewicht als das Entdecken und das Verstehen zentraler Inhalte und Problemlösungen. Um die allgemein bildende Funktion des Unterrichtsfaches Mathematik wirksam zu entfalten, möchte der vorliegende Lehrplan dagegen die formal bestimmte Mathematik wie die anwendungs- und problemlöseorientierte Mathematik in gleicher Weise zur Geltung bringen. Unterrichtlich soll dies durch eine Akzentverschiebung weg von „Mathematik als Produkt" hin zu „Mathematik als Prozess" realisiert werden:

Mathematik als Produkt	**Mathematik als Prozess**
- Vermittlung und Anwendung eines Kalküls	- Erarbeitung des und Einsicht in den Kalkül
- Weitergabe von Wissen, Zusammenhänge vermitteln	- Aufbau von Wissen, Zusammenhänge entdecken
- Abgeschlossenheit anstreben	- Offenheit bewusst zulassen
- Von der Struktur zur Anwendung	- Vom Problem zur Struktur
- Im vorgegebenen Modell arbeiten	- Realität modellieren
- Isolierte Probleme mit eindeutiger Lösung	- Vernetzte Problemfelder mit vielfältigen Lösungen
- Begriffe vorgeben, Sätze formal beweisen	- Begriffe entwickeln, Sätze finden, plausibel begründen
- Konvergente, ergebnisorientierte Unterrichtsführung	- Offene prozessorientierte Unterrichtsführung
- Fehler als Zeichen mangelhafter Produktbeherrschung	- Fehler als Anlass für konstruktive Verbesserungen

Die zugehörigen Lehr- und Lernprozesse müssen daher verstärkt von „offenen Problemstellungen" ausgehen, die das eigenständige mathematische Handeln der Schülerinnen und Schüler herausfordern.

Offene Aufgabenstellungen rücken auch das mathematische Modellbilden und das Interpretieren formaler Ansätze und Ergebnisse in den Vordergrund. Deshalb müssen auch das sprachliche Beschreiben von Problemlöseprozessen und die kritische Wertung der gefundenen Ergebnisse einen deutlich größeren Stellenwert erhalten.

Kreatives experimentelles Entdecken von Problemlösungen und von Zusammenhängen wird durch eine sachgerechte Anschauung wesentlich unterstützt. In Zukunft soll somit, insbesondere in der Analysis, die schnelle und einfache Visualisierung eines Sachverhalts am Anfang des Denkprozesses stehen und nicht als Ergebnis langwieriger Bemühungen am Ende. Damit erhält der Einsatz eines Rechners zum Plotten von Schaubildern besondere Bedeutung. Er ermöglicht, die für das Fach Mathematik unverzichtbare Kompetenz im Umgang mit Funktionen zu erwerben. Diese umfasst alle in den Klassen 5 bis 11 behandelten Funktionstypen, ein Teil davon wird in der Kursstufe vertieft behandelt.

Die Ansätze zum selbstorganisierten Lernen und zur Gewinnung von Methodenkompetenz sollen verstärkt werden. Der Lehrplan gibt deshalb Hinweise für schülerzentrierten Unterricht und zeigt Möglichkeiten für eine selbständige Erarbeitung durch die Schülerinnen und Schüler. Dazu gehören insbesondere die Anregungen für *projektorientiertes Arbeiten* und *selbstorganisiertes Lernen*.

Unterrichtsformen, die durch Begriffe wie kumulatives Lernen, problemorientiertes Lernen, Lernen aus Fehlern und neue Aufgabenkultur gekennzeichnet sind, sollen bevorzugt werden. Dazu tragen verschiedene Formen der Gruppen- und Teamarbeit sowie der selbstverständliche Einbezug neuer Medien und Technologien bei. Abwechslungsreiche, auch fächerverbindende Anwendungsaufgaben ermöglichen eine horizontale wie auch vertikale Vernetzung und fördern so nachhaltiges Verständnis.

Aspekte eines schülerorientierten Unterrichts

Neben die Vermittlung von Inhalten tritt die selbständige Erarbeitung durch die Schülerinnen und Schüler. An geeigneten Stellen bearbeiten sie vorwiegend außerhalb des Unterrichts allein oder im Team ein Thema (siehe Anhang: Vorschläge für *Selbstorganisiertes Lernen*) und leisten mit ihren Ergebnissen einen Beitrag zum Unterricht. Dabei kommt es besonders auf die Dokumentation und die Präsentation der Ergebnisse an.

In den folgenden Lehrplaneinheiten werden auch Themen zum projektorientierten Arbeiten zur Wahl gestellt. Diese können über die Lehrplaneinheit oder Kursstufe hinausführen und fördern damit das kumulative und vernetzte Lernen. Mindestens eines dieser Themen ist zu bearbeiten.

Im Hinblick auf mündliche Prüfungen sollen das Darstellen und Begründen sowie das Verhalten in Prüfungssituationen eingeübt werden.

Lehrplaneinheit 1: Folgen und Grenzwerte *< 20 >*

Bei der Untersuchung von Folgen erfahren die Schülerinnen und Schüler die Notwendigkeit, ihre bisherige Vorstellung von Grenzprozessen zu präzisieren. Sie lernen eine formale Beschreibung des Infinitesimalen kennen und verstehen. So gewinnen sie eine vertiefte Einsicht in die Grundlagen der Analysis.

	Im Vordergrund steht die Grenzwertidee und nicht das formale Nachweisen von Grenzwerten.
Folgen, rekursive Folgen	
Vollständige Induktion	
Grenzwert einer Folge	
Konvergenz monotoner und beschränkter Folgen	An eine formale Behandlung von Monotonie und Beschränktheit ist nicht gedacht. Der Zusammenhang mit der Intervallschachtelung sollte veranschaulicht werden.
Grenzwerte von Funktionen	
	Möglichkeit für Schülerreferate: Historische Texte Anwendung von Folgen, zum Beispiel Reihen, Folgen der fraktalen Geometrie, numerische Bestimmung der eulerschen Zahl e Leonhard Euler (1707 - 1783) → D ARB 1, Sprechen und Schreiben
Projektorientiertes Arbeiten: W Fibonacci	

Lehrplaneinheit 2: Einführung in die Integralrechnung *< 15 >*

Die Schülerinnen und Schüler erkennen, dass der Zusammenhang zwischen der Integral- und Differenzialrechnung den Zusammenhang zwischen einer Größe und ihrer Änderung beschreibt. Bei der Einführung des Integrals erfahren sie erneut die Tragweite des Grenzwertbegriffs.

Stammfunktion	
Integral, Integralfunktion	Verschiedene Aspekte des Integralbegriffs wie z.B. aus Änderungen rekonstruierter Bestand, Mittelwert, Flächen- und Rauminhalt
Eigenschaften des Integrals	
Hauptsatz der Differenzial- und Integralrechnung	

Lehrplaneinheit 3: *Weiterführung der Differenzial- und Integralrechnung im Bereich ausgewählter Funktionen* *< 36 >*

Die Methoden der Differenzial- und Integralrechnung werden weiterentwickelt. So finden die Schülerinnen und Schüler Zugang zu weiteren wichtigen Funktionsklassen und lernen ihre charakteristischen Eigenschaften kennen. Damit erwerben sie die Kompetenz, konkrete Situationen zu mathematisieren. Sie stellen ihre Bearbeitung übersichtlich, logisch richtig und sprachlich korrekt dar.

	Der unterrichtliche Stellenwert vollständiger Kurvendiskussionen reduziert sich durch den Einsatz des graphikfähigen Taschenrechners.
Produkt- und Quotientenregel	
Verkettung von Funktionen, Kettenregel	
Integration durch lineare Substitution	
Von den folgenden zwei Wahlmodulen ist einer vertieft zu behandeln, beim anderen sind Grundkompetenzen sicherzustellen.	Die Arbeit am Rechner ermöglicht selbständiges Entdecken wichtiger Eigenschaften der Funktionsklassen.
W Gebrochen-rationale Funktionen	→ Ph (4) LPE 1, Radiales elektrisches Feld
W Trigonometrische Funktionen	→ Ph (2) LPE 1, Ph (4) LPE 3, Sinusfürmige Wechselspannungen → Ph (2) LPE 2, Ph (4) LPE 4, Harmonische Schwingungen → Ph (2) LPE 2, Ph (4) LPE 5, Elektromagnetische Schwingungen
Exponentialfunktionen	Logarithmusfunktion als Hilfsmittel, auch bei Integralen
Untersuchung zusammengesetzter Funktionen	

Lehrplaneinheit 4: *Mathematik in der Praxis: Anwendungen der Differenzial- und Integralrechnung* *< 25 >*

Anhand zahlreicher Beispiele gewinnen die Schülerinnen und Schüler Einblick in den Anwendungsaspekt der Mathematik und erkennen damit die tragende Bedeutung mathematischer Methoden und Verfahren zur Lösung vieler realer Probleme. Insbesondere werden sie sich der einzelnen Schritte des Modellierens bewusst: Problembeschreibung, mathematische Modellierung, Durchführung der Modellrechnung, Interpretation, Modellkritik. Numerische Verfahren erlauben ihnen nun auch Antworten in den Fällen zu geben, die sie geschlossen nicht lösen können.
Als Abrundung ihrer bisherigen Möglichkeiten schließen sie auch aus dem Änderungsverhalten von Größen auf deren funktionale Abhängigkeit. Die angewandten Arbeitsmethoden, auch der Umgang mit den entsprechenden Hilfsmitteln, führen die Schülerinnen und Schüler an die Grundlagen wissenschaftlicher Arbeit heran.

➢ **4**

	An eine isolierte Behandlung dieser Unterrichtseinheit ist nicht gedacht.
Näherungsverfahren zur Bestimmung von Nullstellen und Berechnung von Integralen	Newton-Verfahren, Isaac Newton (1643 - 1727) Keplersche Regel, Johannes Kepler (1571 - 1630) Schülerreferat
Anwendungen des Integrals	→ Ph LPE 1, Energie des elektrischen Feldes → Ph (4) LPE 3, Effektivwerte
Wachstums- und Zerfallsprozesse	
Die Differenzialgleichungen für natürliches und beschränktes Wachstum	

Offene Problemstellungen	Funktionen in realem Bezug, Approximation, Beispiele aus Naturwissenschaften, Technik, Gesellschaft und Umwelt, selbständige Bearbeitung von Beispielen aus verschiedenen Sachgebieten in Form von Schülerreferaten oder als Gruppenpuzzle
	➢ 5
Projektorientiertes Arbeiten: W Modellierung W Differenzialgleichungen W Dynamische Prozesse	 → Gk (2) LPE 12.1, Gk (4) LPE 13.1 → Ph (4) LPE 3 → Bio LPE 2, Rezeptor, LPE 3

Lehrplaneinheit 5: Lineare Gleichungssysteme, Vektoren *< 16 >*

Mit den linearen Gleichungssystemen lernen die Schülerinnen und Schüler ein zentrales Gebiet der Mathematik kennen, das in vielen Bereichen von Wissenschaft, Wirtschaft und Gesellschaft unentbehrliche Hilfsmittel bereitstellt. Sie wenden den gaußschen Algorithmus zur Berechnung der Lösungsmenge eines linearen Gleichungssystems sicher und gewandt an. Die erworbenen Kenntnisse setzen sie bei der Behandlung realer Probleme aus unterschiedlichen Fachgebieten ein. Die Schülerinnen und Schüler arbeiten mit Vektoren im Anschauungsraum und werden mit ihnen vertraut.

Gauß-Verfahren zur Lösung linearer Gleichungssysteme (LGS)	Schülerreferat: Carl Friedrich Gauß (1777 - 1855)
Lineare Gleichungssysteme in realem Bezug	Bei Anwendungen genügt es oft, das LGS mit Hilfe des Rechners zu lösen. Im Vordergrund steht das Modellieren.
Vektoren im Anschauungsraum	
Linearkombinationen	
Lineare Abhängigkeit und Unabhängigkeit	
Projektorientiertes Arbeiten: W Mehrstufige Prozesse W Vektorraumstruktur	 → Gk (2) LPE 12.1, Gk (4) LPE 13.1 Bio LPE 2, Immunsystem, LPE 3 Beispiele in verschiedenem Kontext

Lehrplaneinheit 6: Affine Geometrie im Anschauungsraum *< 25 >*

Die Schülerinnen und Schüler erfahren, wie sich Geraden und Ebenen im Raum durch einfache Gleichungen darstellen lassen. Die Verwendung von Vektoren ermöglicht es ihnen, geometrische Fragestellungen nach Parallelität, Inzidenz und Teilverhältnissen mit Hilfe eines geeignet gewählten Koordinatensystems durch einfache rechnerische Verfahren zu beantworten. Sie sollen räumlich-geometrische Sachverhalte in Schrägbildern veranschaulichen können. Sie erleben am Beispiel von Sätzen aus der affinen Geometrie die Eleganz vektorieller Beweismethoden und lernen, solche Beweise selbst zu finden und zu führen.

Affines Koordinatensystem	
Gleichungen von Gerade und Ebene	
Veranschaulichung im Schrägbild	
Lagebeziehungen zwischen Punkten, Geraden und Ebenen	Geeignet für eine selbständige Erarbeitung zum Beispiel in Form einer Planarbeit oder Gruppenarbeit
Bestimmung von Teilverhältnissen	
Beweisverfahren bei Sätzen der affinen Geometrie	

Lehrplaneinheit 7: *Metrische Geometrie im Anschauungsraum* < 20 >

Während bisher Lage und Inzidenz im Vordergrund der Betrachtungen standen, interessieren jetzt metrische Fragestellungen. Die Schülerinnen und Schüler begreifen das Skalarprodukt als wertvolles Werkzeug, das durch seine Einfachheit besticht und viele Anwendungen in Mathematik und Physik zulässt. Sie erleben, wie die Raumgeometrie durch den Einsatz vektorieller Methoden angemessen beschrieben und erforscht werden kann. Sie lernen deshalb die zur Verfügung stehenden Hilfsmittel sicher und sachgerecht zu verwenden. Ihre Fähigkeiten, selbständig Beweise zu führen, werden auf Sätze der metrischen Geometrie erweitert.

	Geeignet für eine selbständige Erarbeitung zum Beispiel in Form einer Planarbeit oder Gruppenarbeit Darstellen und Bewerten verschiedener Zugänge und Lösungswege
Betrag eines Vektors Skalarprodukt und seine Eigenschaften Normalenform der Ebenengleichung Abstände und Winkel Beweisverfahren bei Sätzen der euklidischen Geometrie	
Projektorientiertes Arbeiten: W Mathematische Beweisverfahren	Beweisschemata, Prinzipien mathematischen Verifizierens

Anhang: *Vorschläge für Selbstorganisiertes Lernen*

Vorschläge von Sachgebieten, aus denen Teilaspekte bearbeitet werden können:

- W Nicht gewählter Wahlmodul aus LPE 3
- W Themen der Vorschläge für projektorientiertes Arbeiten aus der Kursstufe
- W Anwendungen in verschiedenen Lebensbereichen und Wissenschaften
- W Grenzwertidee
- W Umkehrung von Funktionen
- W Geschichte der Mathematik
- W Besondere Leistungen von Frauen und Männern in der Mathematik
- W Wahrscheinlichkeitsverteilungen
- W Taylor-Reihe
- W Algebraische Kurven

Für die Zeit nach dem schriftlichen Abitur eignen sich folgende Themen:

- W Mathematik und Verkehr
- W Analytische Geometrie der Kugel
- W Affine Abbildungen
- W Kegelschnitte
- W Komplexe Zahlen
- W Numerische Mathematik
- W Elementare Zahlentheorie
- W Chaos und Fraktale
- W Markoff-Ketten
- W Kryptologie
- W Boolesche Algebra